

XIX. Objectifs du cours de 6ème - mathématique 6h

Dans les objectifs développés ci-dessous, nous regrouperons différentes compétences terminales sous une même dénomination.

A savoir :

Compétence 1 : savoir, connaître, définir, démontrer (dans des situations rencontrées en classe)

Compétence 2 : Calculer, appliquer, représenter et utiliser une calculatrice ou un logiciel mathématique

Compétence 3 : modéliser, résoudre des problèmes (analytiquement et à l'aide de technologies), synthétiser, généraliser, démontrer (dans une situation nouvelle)

Ces 3 compétences sont exercées au cours des différents chapitres selon le plan ci-après.

Chapitre I : Etudes de fonctions : rappels et prolongements

Compétence 1 :

1. Maîtriser le rôle des dérivées premières et secondes dans l'étude d'une fonction
2. Connaître les notions de maximum, minimum, point d'inflexion et leurs conditions d'existence
3. Connaître les notions d'asymptote horizontale, verticale et oblique.
4. Connaître les graphes des fonctions usuelles et homographiques.
5. Connaître la règle de l'Hospital et ses conditions d'utilisation.
6. Connaître les définitions de points anguleux et points de rebroussement.
7. Connaître les liens existant entre les graphes de 2 fonctions et celui de leur produit, entre le graphe d'une fonction et celui de son inverse, entre le graphe d'une fonction et celui de sa racine carrée.

Compétence 2 :

1. Etudier les variations d'une fonction polynôme, homographique, rationnelle, trigonométrique (ou irrationnelle simple.)
2. Déterminer l'équation de la tangente au graphe d'une fonction passant par un point donné (appartenant à la courbe ou extérieur à celle-ci) ou parallèle à une direction donnée.
3. Justifier le comportement d'une fonction en un point particulier (extrémum, point d'inflexion, de rebroussement)
4. Dédire des graphes les uns des autres (produit de 2 fonctions, inverse d'une fonction, racine carrée d'une fonction.
5. Calculer des limites en utilisant notamment la règle de l'Hospital.

Compétence 3 :

1. Modéliser diverses situations et résoudre des problèmes d'optimisation.

Chapitre II : Fonctions cyclométriques

Compétence 1 :

1. Maîtriser la notion de fonction réciproque et pouvoir justifier les liens entre le graphe d'une fonction et celui de sa réciproque ainsi qu'entre $\text{dom } f$, $\text{im } f$.
2. Connaître les caractéristiques des graphes des fonctions $\arcsin x$, $\arccos x$, $\arctan x$, $\text{arccot } x$
3. Savoir établir les formules de dérivation des fonctions cyclométriques.
4. Etre capable de justifier les relations entre les fonctions $\arccos x$ et $\arcsin x$ ainsi qu'entre les fonctions $\arctan x$ et $\text{arccot } x$.

Compétence 2 :

1. Calculer des expressions telles que $\cos(\arcsin x)$, $\text{tg}(\arcsin x)$,
2. Calculer des dérivées comportant des composées de fonctions cyclométriques avec des fonctions de base.
3. Calculer des limites d'expressions comportant des fonctions cyclométriques (en utilisant les règles classiques du calcul de limites ainsi que la règle de l'Hospital)
4. Tracer rapidement les graphes de fonctions déduites des fonctions cyclométriques de base et préciser leurs caractéristiques (domaines, racines et vérifier graphiquement)
5. Résoudre des équations comportant des fonctions cyclométriques.

Compétence 3 :

Modéliser diverses situations utilisant des fonctions cyclométriques et résoudre des problèmes dans ces situations.

Chapitre III : Fonctions exponentielles.

Compétence 1 :

1. Avoir une parfaite maîtrise des exposants dans leurs diverses écritures.
2. Justifier la notion d'exposant irrationnel
3. Construire les graphes des fonctions exponentielles de base a et connaître de façon justifiée leurs caractéristiques.
4. Connaître diverses estimations du nombre e , pouvoir les expliquer et en déduire les caractéristiques de la fonction exponentielle népérienne.
5. Savoir établir les formules des dérivées des fonctions exponentielles népériennes.

Compétence 2 :

1. Résoudre des équations simples utilisant des expressions exponentielles.
2. Etude des variations de fonctions exponentielles déduites des fonctions de base.
3. Etude générale d'une fonction exponentielle (recherche d'asymptotes, calcul de dérivées ...)

Compétence 3 :

1. Solutionner des problèmes concrets dont la modélisation se fait par ce type de fonctions.
2. Pouvoir exploiter les connaissances établies durant ce chapitre afin de résoudre des problèmes traitant d'intérêts composés, d'amortissements, ...c-à-d de manière générale de croissances et décroissances exponentielles.

Chapitre IV : Fonctions logarithmiques.

Compétence 1 :

1. Construire les graphes des fonctions logarithmiques de base a en tant que réciproques des fonctions exponentielles de base a et connaître leurs caractéristiques (y compris la fonction logarithme népérien).
2. Connaître et démontrer les propriétés des logarithmes (logarithme d'un produit, de l'inverse, d'un quotient, d'une puissance) et la formule du changement de base.
3. Connaître et démontrer les formules des dérivées des fonctions logarithmiques et exponentielles.

Compétence 2 :

1. Rechercher la valeur du log d'un nombre dans une base quelconque en utilisant la définition de logarithme et en utilisant les propriétés des logarithmes.
2. Résoudre des équations logarithmiques et exponentielles.
3. Etudier les variations de fonctions logarithmiques et exponentielles déduites des fonctions de base
4. Etudier les variations de fonctions logarithmiques et exponentielles en suivant le schéma classique

Compétence 3 :

1. Utiliser des logarithmes dans le calcul du pH, en acoustique, en sismologie...
2. Solutionner des problèmes concrets dont la modélisation se fait par ce type de fonctions.

Chapitre V : Tableaux de nombres et fonctions

Compétence 1 :

1. Connaître les critères de reconnaissance d'une fonction du premier degré ou du second degré, d'une fonction exponentielle, d'une fonction logarithmique, d'une fonction puissance dans un tableau de valeurs.

Compétence 2 :

1. Savoir déterminer dans un tableau de valeurs si on a affaire à une fonction du premier ou du second degré, une fonction exponentielle, une fonction logarithmique ou une fonction puissance. Savoir ensuite déterminer cette fonction.

Chapitre VI : Statistique descriptive.

Compétence 1:

1. Connaître les notions de base de statistique descriptive (tableau recensé, représentations graphiques, valeurs centrales, indices de dispersion.
2. Maîtriser la notion d'ajustement (et plus spécialement la méthode des moindres carrés)
3. Connaître les notions de covariance et de coefficient de corrélation

Compétence 2:

1. Réaliser une étude statistique complète dans le cas d'un caractère qualitatif ou quantitatif pour des variables à valeurs discrètes ou continues ainsi que dans le cas de groupement par classes.
2. Utiliser la calculatrice pour établir l'équation d'une droite de régression et le calcul du coefficient de corrélation et interpréter les résultats.

Chapitre VII : Lieux géométriques.

Compétence 1:

1. Connaître la notion de lieu géométrique et les exemples de lieux rencontrés antérieurement.
2. Savoir expliquer les différentes techniques de recherche de lieu (translation, génératrices)

Compétence 2 :

1. Rechercher un lieu géométrique en utilisant les techniques précédentes.

Chapitre VIII et IX : Coniques.

Prérequis: l'élève doit être capable d'utiliser les acquis antérieurs de géométrie analytique plane : à savoir notamment :

1. Déterminer l'équation d'une droite connaissant sa pente et un point ou connaissant 2 de ses points.
2. Vérifier le parallélisme ou la perpendicularité de 2 droites.
3. Déterminer les coordonnées du milieu d'un segment.
4. Calculer la distance entre 2 points.
5. Déterminer l'équation d'un cercle de centre et de rayon donné.
6. Déterminer le centre et le rayon d'un cercle dont on connaît l'équation.
7. Résoudre des problèmes utilisant les notions précédentes : intersection d'une droite et d'un cercle , équation de la tangente à un cercle donné, ...

Compétence 1:

1. Définir en tant que lieux géométriques les différentes coniques.
2. Construire une ellipse , une parabole, une hyperbole selon différentes méthodes en justifiant le procédé employé.
3. Etablir les équations cartésiennes réduites de ces courbes
4. Connaître l'expression des équations de ces coniques translatées.
5. Démontrer les propriétés de réflexion des différentes coniques.
6. Connaître l'énoncé du théorème de Dandelin et Quételet (dans les différents cas).
7. Expliquer la notion d'excentricité comme point de vue unificateur des coniques.
8. Démontrer que la courbe d'équation $y = \frac{1}{x}$ est une hyperbole. (par rotation)

Compétence 2 :

1. Déterminer les éléments caractéristiques d'une conique connaissant son équation.
2. Déterminer l'équation d'une conique connaissant certaines de ses caractéristiques.
3. Tracer ces différentes courbes point par point en utilisant les diverses méthodes étudiées.
4. Déterminer l'équation d'une tangente à l'une de ces courbes parallèle à une direction donnée ou comprenant un point donné.

Compétence 3 :

1. Résoudre des problèmes généraux utilisant l'ensemble des notions précisées ci-dessus
2. Résoudre des problèmes concrets utilisant les coniques (orbite d'un satellite, construction de ponts...)

Chapitre X : Equations paramétriques d'une courbe. Coordonnées polaires.

Compétence 1 :

Savoir expliquer les notions de coordonnées polaires et de courbes paramétrées.

Compétence 2 :

1. Déterminer les équations paramétriques de courbes simples.
2. Déterminer les coordonnées polaires d'un point à partir de ses coordonnées cartésiennes et inversement
3. Ecrire l'équation d'une courbe en coordonnées polaires.

Chapitre XI : Différentielles et intégrales définies.

Compétence 1 :

1. Connaître la signification géométrique de la différentielle.
2. Savoir établir les relations liant les termes suivants : dérivée, primitive, différentielle et intégrale indéfinie (démonstration du théorème fondamental de l'analyse)
3. Savoir établir la signification géométrique de l'intégrale définie.

Compétence 2 :

1. Calculer des aires par intégration dans des situations simples : entre une parabole et l'axe des x, entre une parabole et une droite, entre 2 paraboles

Compétence 3 :

1. Savoir expliquer la notion d'intégrale définie à partir de différentes situations telles que le calcul d'aire, le calcul de l'espace parcouru par un mobile durant un espace de temps, connaissant le graphe de la vitesse de ce mobile durant cet espace de temps, le calcul de volumes ...

Chapitre XII : Primitives.

Compétence 1 :

1. Connaître les formules d'intégrales immédiates et quasi-immédiates (en liaison avec les formules de dérivation).
2. Connaître les méthodes d'intégration par décomposition, par substitution, par parties, par décomposition en fractions rationnelles.

Compétence 2 :

1. Calculer des primitives en utilisant la méthode de décomposition
2. Calculer des primitives en utilisant la méthode de substitution
3. Calculer des primitives en utilisant la méthode d'intégration par parties
4. Calculer des primitives en utilisant la méthode de décomposition en fractions rationnelles.

Compétence 3 :

1. Savoir utiliser les différentes méthodes d'intégration à bon escient en appliquant à l'exercice proposé la méthode qui lui sied ou en utilisant plusieurs méthodes successivement.

Chapitre XIII : Applications du calcul intégral.

Compétence 2 :

1. Calculer des aires par intégration (en particulier l'aire du cercle, de l'ellipse, d'un segment parabolique ou hyperbolique).
2. Calculer des volumes de révolution par intégration.
3. Calculer un volume ou une aire obtenue par décomposition en plusieurs parties.
4. Etudier une fonction de tous les types rencontrés durant l'année et calculer l'aire d'une surface ou un volume lié au graphe d'une telle fonction.
5. Calculer l'aire d'une surface associée à une conique

Compétence 3 :

1. Calculer des intégrales d'aire ou de volume qui demandent des changements de variable particuliers (ex : substitution trigonométrique)
2. Calculer des intégrales de volumes obtenus par rotation autour de l'axe des y ou d'une autre droite,
3. Utiliser le calcul intégral dans des applications du type de ceux vus en classe (calcul de la longueur d'un arc, calcul du travail d'une force ...).

Chapitre XIV : Analyse combinatoire.

Compétence 1:

1. Etablir les formules de calcul des arrangements , des combinaisons et des permutations avec ou sans répétition.
2. Démontrer les propriétés des C_m^p .
3. Démontrer la formule du binôme de Newton.

Compétence 2:

1. Résoudre des exercices d'applications des formules de base dans des situations concrètes.
2. Appliquer la formule du binôme de Newton (développement complet, recherche des termes milieux, d'un terme de puissance déterminée ...)

Compétence 3:

1. Résoudre des exercices d'application des formules de base dans des situations concrètes en faisant intervenir plusieurs formules à la fois.

Chapitre XV : Probabilités.

Compétence 1:

1. Savoir expliquer les notions d'expérience aléatoire, catégorie d'épreuve, événement, probabilité..
2. Savoir expliquer la notion de probabilité conditionnelle et d'événements indépendants.
3. Enoncer, expliquer et justifier le théorème des probabilités totales

Compétence 2 :

1. Calculer la probabilité d'un événement à partir de la définition : nombre de cas favorables / nombre de cas possibles.
2. Calculer des probabilités conditionnelles.
3. Déterminer et justifier si 2 événements sont indépendants.
4. Appliquer la formule des probabilités totales.

Compétence 3 :

1. Utiliser tous les outils précédents pour des calculs de probabilités.

Chapitre XVI : Variables aléatoires - Lois de probabilité.

Compétence 1:

1. Savoir expliquer la notion de variable aléatoire, de distribution de probabilité, de fonction de répartition.
2. Savoir expliquer la notion d'espérance mathématique, de variance et d'écart-type d'une variable aléatoire.
3. Connaître les situations de distributions binomiales, de Poisson et normales.
4. Connaître la valeur de $P(X = k)$ dans le cas d'une variable aléatoire binomiale et pouvoir l'expliquer.
5. Connaître la valeur de $P(X = k)$ dans le cas d'une variable aléatoire de Poisson.
6. Connaître (et savoir démontrer) la valeur de la variance et de la moyenne d'une variable aléatoire binomiale.
7. Connaître la valeur de la variance et de la moyenne d'une variable aléatoire de Poisson.

Compétence 2 :

1. Calculer l'espérance mathématique, la variance et l'écart-type d'une variable aléatoire simple.
2. Reconnaître le schéma binomial dans des applications et calculer des probabilités à partir de ce modèle.
3. Reconnaître les cas d'application de la loi de Poisson et de la loi normale pour calculer des probabilités
4. Utiliser les tables de la fonction de répartition de la loi de Poisson ou de la loi normale.

Compétence 3 :

1. Utiliser tous les outils précédents pour des calculs de probabilités.

Chapitre XVII : Nombres complexes.

Compétence 1 :

1. Etablir les règles de calcul dans l'ensemble des nombres complexes (écrits sous la forme $a + bi$ ou la forme trigonométrique) et pouvoir les expliciter en français
2. Interpréter les opérations sur les nombres complexes en termes de transformations du plan.
3. Connaître la formule de Moivre et la justifier.

Compétence 2 :

1. Additionner, soustraire, multiplier, diviser des nombres complexes entre eux (avec des nombres sous la forme $a + bi$ ou sous la forme trigonométrique et savoir juger de l'opportunité d'employer préférentiellement une forme par rapport à l'autre.)
2. Passer de la forme $a + bi$ à la forme trigonométrique et inversement.
3. Résoudre des équations du second degré à coefficients complexes.
4. Résoudre des équations binômes du type $z^n = a + bi$ et interpréter graphiquement les solutions.

Compétence 3 :

1. Résoudre des exercices généraux utilisant les propriétés précédentes.

Pondération

Les 3 compétences sont exercées au cours des différents chapitres et seront pondérées dans la cote globale comme suit:

- Compétence 1 : 20%
- Compétence 2 : 50%
- Compétence 3 : 30%

La cote des différents bulletins sera obtenue de la manière suivante:

- Bulletin de Toussaint : moyenne des interrogations.
- Bulletin de Noël : 40% de T.J. et 60% de l'examen.
- Bulletin de Pâques: moyenne des interrogations (de janvier à Pâques).
- Bulletin de Juin: 40% de T.J. de toute l'année, 20% de l'examen de Noël et 40% de l'examen de Juin.

en conservant bien sûr la pondération selon les différentes compétences.